Universidade Federal de Lavras
Departamento de Ciências Exatas
Prof. Daniel Furtado Ferreira
$11^{\underline{a}}$ Teoria da Estimação e Decisão

1) Os dados a seguir referem-se às mensurações da glicose arterial em mM em amostras independentes de animais (ruminantes) tratados e não tratados (controle) com o medicamento Phlorizin.

Quantidades	Controle (Não tratados)	Tratados (Phlorizin)
n_i	10	14
$\bar{X}_i$	3,21	3,11
S_i^2	0,85	0,80

Estime o intervalo de confiança (95%) para a diferença do teor médio de glicose arterial entre o controle e os animais tratados com Phlorizin. Considere as variâncias populacionais iguais. Tire as conclusões de interesse. Adaptado de Bauer et al. (1995).

Dados: $t_{0,025;\nu=22} = 2{,}074$.

2) Neste mesmo trabalho Bauer et al. (1995) estudando o efeito do phlorizin no fluxo do sangue arterial obtiveram os seguintes resultados em l/h.

Quantidades	Controle (Não tratados)	Tratados (Phlorizin)
n_i	10	14
$\bar{X}_i$	94	120
S_i^2	4	36

Estime o intervalo de confiança (95%) para a diferença do fluxo de sangue arterial entre o controle e o Phlorizin. Considere as variâncias populacionais heterogêneas. Tire as conclusões de interesse

Dados: $t_{0,025;\nu=22} = 2{,}074$ e $t_{0,025;\nu=17} = 2{,}110$.

3) Quais são os erros envolvidos nos testes de hipóteses? Explique.

4) Se ao realizar um teste e a hipótese nula for rejeitada, qual será o possível erro que você poderá estar incorrendo? Qual é a probabilidade de este erro ser cometido?

5) Se em um determinado teste a hipótese nula não for rejeitada, qual é o possível erro que você estará incorrendo? Qual é a probabilidade de se estar cometendo este erro?

6) Em um teste, as probabilidades dos erros tipo I e II são inversamente proporcionais. Se reduzirmos em demasia a probabilidade do erro tipo I (α), a probabilidade do erro tipo II (β) aumentará. Como podemos, fixado o valor de α, reduzir a probabilidade de cometermos o erro tipo II (β)?

7) O fator K em $(\text{MJ mm})^{-1}$ (erodibilidade do solo em relação a quantidade de solo perdido em uma dada área por unidade do índice de erosividade) de $n = 22$ unidades amostrais de solos brasileiros com horizonte B textural (Bt) estão apresentados a seguir:

0,008	0,045	0,024	0,034	0,027	0,032	0,018	0,032	0,012	0,008	0,004
0,025	0,008	0,031	0,009	0,014	0,004	0,033	0,032	0,004	0,023	0,028

Fonte: Marques, J.J.G. de S. e M. (Tese MS, 1996).

Testar a hipótese de que a média brasileira do fator K é igual a de um outro país sul americano dada por 0,074.

Dados: $t_{0,025;\nu=21} = 2{,}080$.

8) Planejar um experimento para testar a hipótese de que a média geral dos alunos em todas as disciplinas cursadas na UFLA (que estejam estudando) seja igual a 6,0. Dê os detalhes do experimento (amostragem) e o roteiro para o teste, além de fornecer os detalhes de como seria o dimensionamento da amostra para execução do teste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ADICIONAIS

BAUER, M.L.; HARMON, D.L.; McLEOD, K.R.; HUNTINGTON, G.B. Adaptation to small intestinal starch assimilation and glucose transport in ruminants. *J. Anim. Sci.*, n.73, p.1828–838. 1995.

Resolução

1) O intervalo de 95% de confiança, considerando as variâncias populacionais homogêneas é dado por:

$$\begin{aligned}
IC_{1-\alpha/2}(\mu_1-\mu_2):&\bar{X}_1-\bar{X}_2 \pm t_{\alpha/2}\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}\\
=&3{,}21-3{,}11\pm 2{,}074\times\sqrt{0{,}8205\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{14}\right)}\\
=&0{,}10\pm 0{,}7778=[-0{,}6778;\ 0{,}8778].
\end{aligned}$$

Pois a variância combinada S_p^2 é dada por:

$$S_p^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}=\frac{9\times 0{,}85+13\times 0{,}80}{10+14-2}=0{,}8205,$$

e $t_{0,025;\nu=22}=2{,}074$.

Assim, com 95% de confiança podemos afirmar que a diferença entre médias populacionais é um valor entre $-0{,}68$ e 0,87. Como o intervalo abrange zero, não temos evidências significativas para afirmar que uma média difere da outra. Logo, concluímos que o medicamento (Phlorizin) não afeta a glicose média arterial dos animais, ou seja, animais tratados ou não possuem a mesma média de glicose arterial.

2) Neste caso $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ e o intervalo de confiança é dado por:

$$\begin{aligned}
IC_{1-\alpha/2}(\mu_1-\mu_2):&\bar{X}_1-\bar{X}_2 \pm t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\\
=&94-120\pm 2{,}110\times\sqrt{\frac{4}{10}+\frac{36}{14}}\\
=&-26\pm 3{,}64=[-29{,}64;\ -22{,}36].
\end{aligned}$$

Pois, para consultar a tabela de t, devemos encontrar os graus de liberdade por:

$$\begin{aligned}
\nu\approx&\frac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\dfrac{\left(\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}\\
=&\frac{\left(\dfrac{4}{10}+\dfrac{36}{14}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{4}{10}\right)^2}{10-1}+\dfrac{\left(\dfrac{36}{14}\right)^2}{14-1}}=16{,}77\approx 17.
\end{aligned}$$

A diferença de médias, com 95% de probabilidade deve ser um valor entre $-29{,}6$ l/h e $-22{,}4$ l/h. Como o intervalo não abrange zero, podemos afirmar com esta confiança que $\mu_1-\mu_2<0$, o que simplifica em $\mu_1<\mu_2$. Logo, podemos concluir que o Phlorizin possui o efeito de aumentar a média do fluxo arterial e o aumento, com 95% de confiança, representa uma quantidade entre 22,4 e 29,6 l/h a favor dos indivíduos tratados.

3) Erros do tipo I e do tipo II. O erro do tipo I é aquele que cometemos quando rejeitamos uma hipótese verdadeira e a probabilidade de o cometermos é igual a α, que é diretamente controlada pelo pesquisador. O erro do tipo II é aquele que cometemos quando não rejeitamos uma hipótese que é falsa e a probabilidade de cometê-lo é β. As probabilidades dos dois erros são inversamente proporcionais. O valor de β depende do teste adotado, do tamanho da amostra e da distância entre o valor hipotético e o valor paramétrico. Quanto menor essa distância, maior será o β. Pense, no entanto, que as consequências práticas de não rejeitar uma hipótese falsa quando o valor paramétrico está muito perto do valor hipotético podem ser consideradas desprezíveis.

4) Se rejeitarmos a hipótese e ela for falsa a decisão estará correta, mas se a rejeitarmos e ela for verdadeira, então estaremos incorrendo em um erro do tipo I, cuja probabilidade de o estarmos cometendo é igual a α. Observe que as decisões acertadas em um teste de hipótese, em geral, são mais prováveis. Assim, devemos estar cientes que poderemos estar incorrendo em erro, mas que a maior chance é de termos acertado a decisão.

5) Não rejeitar uma hipótese verdadeira é uma decisão correta, mas se a hipótese for falsa, o erro cometido é do tipo II e a probabilidade de cometê-lo é β. Veja característica deste erro no exercício 3.

6) Aumentando o tamanho da amostra n.

7) A hipótese de interesse é dada por:

$$H_0: \mu = 0{,}074 \qquad \text{vs} \qquad H_1: \mu \neq 0{,}074.$$

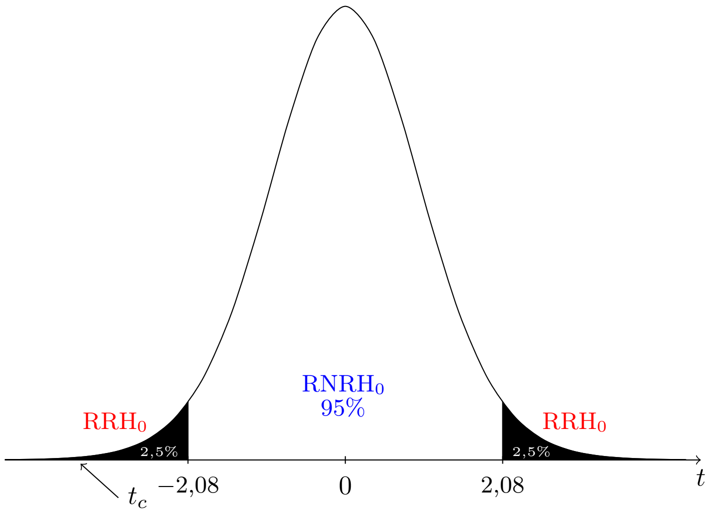
A média e a variância amostrais são:

$$\bar{X} = 0{,}02068182 \qquad \text{e} \qquad S^2 = 0{,}0001486082.$$

A estatística do teste:

$$t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{0{,}02068182 - 0{,}074}{\sqrt{\dfrac{0{,}0001486082}{22}}} = -20{,}5147.$$

A região crítica (região de rejeição da hipótese nula), sabendo que $t_{0,025;\nu=21} = 2{,}080$, é dada por:



Como o valor de t_c pertence a região de rejeição da hipótese, pelo teste t, com 95% de confiança, a hipótese nula deve ser rejeitada, ou seja, concluímos que os solos brasileiros possuem média de erodibilidade inferior a média do país sul americano considerado.

8) Devemos inicialmente realizar uma amostra e para isso precisamos dimensioná-la. Assim, devemos fazer uma amostra piloto e obter uma estimativa S^2 da variância populacional, fixamos uma diferença mínima (e) que desejamos detectar pelo teste de hipótese e fixamos o coeficiente de confiança em $1-\alpha$, escolhendo um valor apropriado de α. Com estes valores utilizamos a fórmula

$$n = \frac{t^2_{\alpha/2} S^2}{e^2},$$

de forma iterativa e dimensionamos a amostra.

Devemos realizar a amostragem de forma representativa e podemos imaginar que as notas são diferentes nos diferentes cursos (se não for não há problema) e diferente nos diferentes períodos, pois na área básica a dificuldade é potencialmente maior. Assim, realizamos uma amostragem estratificada proporcional.

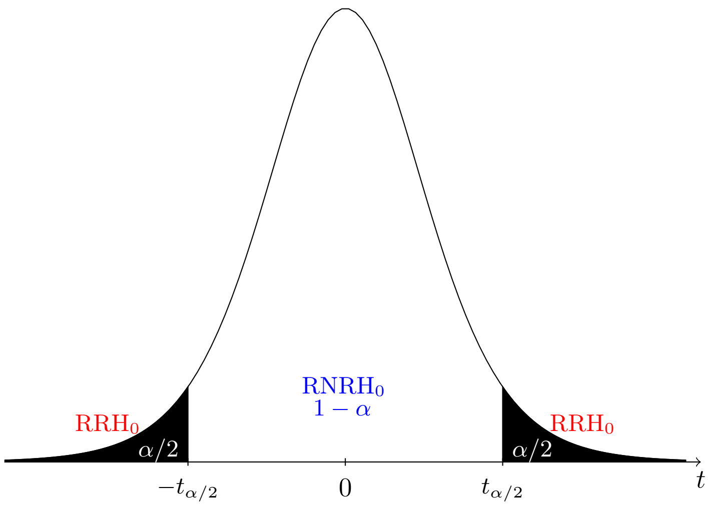
Após obtermos a amostra estimamos a média e a variância populacionais obtendo $\bar{X}$ e S^2. A hipótese nula de interesse é:

$$H_0 : \mu = 6{,}0 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \mu \neq 6{,}0.$$

A estatística do teste é calculada utilizando:

$$t_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}.$$

O valor da estatística do teste é confrontado com as regiões críticas (regiões de rejeição da hipótese nula), adotando $t_{\alpha/2;\nu=n-1}$, dada por:



Se $t_c \in RRH_0$, então rejeitamos H_0; caso contrário H_0, não deve ser rejeitada considerando o nível nominal de significância α adotado.